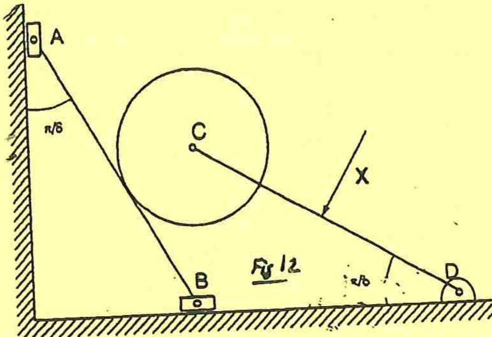
E.2

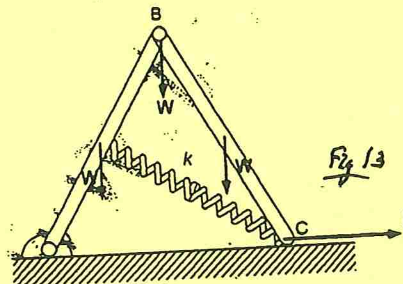
12 El sistema de la figura está situado en un plano vertical y está formado por dos barras iguales, AB y CD, de masa M y longitud L. El extremo A se puede desplazar por una pared vertical mientras que el extremo B por el suelo horizontal. El extremo C está articulado a un disco de masa M y radio $L/4$ en su centro. En la posición de equilibrio la barra AB forma un ángulo de $\pi/6$ con la vertical y la barra CD, un ángulo de $\pi/3$ con la vertical. Si no hay rozamiento, determinar la fuerza X que hay que aplicar en el punto medio de la barra CD y ortogonalmente a ella para que el sistema esté en equilibrio. $X = \frac{1-2\sqrt{3}}{2} Mg$

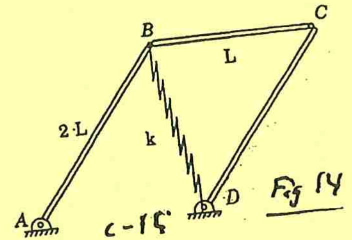
13 Dos barras de masa W/g y longitud L están tal como se indica en la figura. El resorte de constante k y longitud sin tensión $L \cdot \sqrt{3}/4$ une el punto C con el punto medio de la barra AB. Si en la articulación B hay una carga vertical W, determinar la fuerza F, aplicada en C, para que el sistema está en equilibrio siendo el triángulo ABC equilátero. No hay rozamiento.

$F = \frac{kL}{4} - \frac{W}{\sqrt{3}}$

14 El mecanismo de la figura es un paralelogramo. El lado AD tiene longitud L, estando A y D en la misma horizontal. Las barras AB y CD pesan $2 \cdot M \cdot g$ y la barra BC, $M \cdot g$. Determinar la constante del resorte k para que el sistema esté en equilibrio –longitud sin tensión $4 \cdot L \cdot \sqrt{3}$– formando BC con CD un ángulo de $\pi/3$.







15 El sistema de la figura consta de cuatro barras de longitud L sin masa, una placa triangular –siendo un triángulo equilátero de lado L– de masa M y un muelle o resorte unido en el punto C. Todas las uniones se realizan mediante articulaciones. El conjunto está unido al suelo en el punto fijo A. El muelle tiene longitud natural $L/2$ y constante elástica $M \cdot g/(16 \cdot L)$. Sobre el sistema se aplican las dos fuerzas indicadas en la figura, cuyos valores son $F_1 = M \cdot g$ y $F_2 = M \cdot g \cdot \sqrt{3}/4$.

16 Determine la longitud del muelle y las fuerzas que las barras ejercen sobre la placa triangular para que haya equilibrio con las barras AB y BC en posición horizontal y el muelle en vertical.

$\overline{CF} = \frac{3L}{2}$

$T_1 = \frac{29\sqrt{3}}{48} Mg$ (T) $\quad T_3 = \frac{15\sqrt{3}}{24} Mg$ (C)

$T_2 = \frac{17\sqrt{3}}{24} Mg$ (C) $\quad T_4 = \frac{15\sqrt{3}}{48} Mg$ (T)

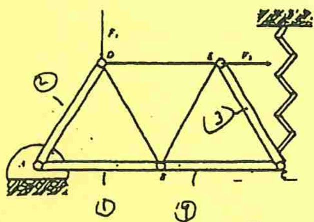
El sistema de la figura está formado por una barra acodada, COA, en ángulo recto, de masa total $2 \cdot M$ cuyos dos lados son de igual longitud L y de densidad homogénea; una barra AB de longitud $3 \cdot L/4$ y masa M; dos poleas de dimensiones despreciables; y una cuerda $CDBE$, que en su tramo DB forma un ángulo de $\pi/4$ con la horizontal y es vertical en los otros dos tramos. Determinar los valores de la carga Q y del par P para que el sistema esté en equilibrio con la barra AB horizontal y el tramo OA vertical.

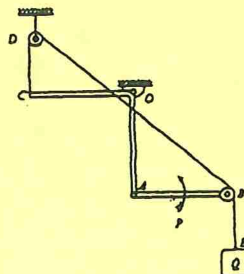
$Q = \frac{Mg(2-\sqrt{2})}{2}$

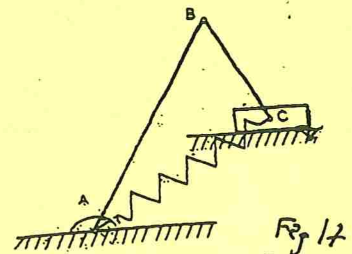
$P = \frac{3}{4} MgL(2-\sqrt{2})$

17 El sistema de la figura está constituido por la barra AB –de longitud $2 \cdot L$ y masa $2 \cdot M$ que forma un ángulo de $\pi/3$ con el suelo–, la barra BC –de longitud L y masa M– y un resorte AC de longitud sin tensión $L \cdot \sqrt{3}/2$. El punto C se puede mover según un plano horizontal, paralelo al que contiene al punto A, situado a una distancia vertical $L \cdot \sqrt{3}/2$ de aquel. Determinar la constante del resorte para que el sistema se encuentre en equilibrio en la posición indicada.

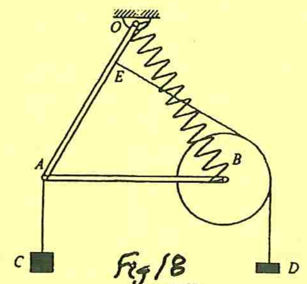
$k = \frac{Mg}{L\sqrt{3}}$







18 El sistema de la figura está formado por dos barras, OA y AB, de longitud $4 \cdot a$ y masa M cada una; una polea de masa M, articulada en B, y radio a que lleva apoyada una cuerda de la que de uno de los extremos cuelga un bloque de masa M y el otro está amarrado en E a la barra OA, siendo la cuerda ortogonal a la barra. De la articulación A hay colgada una masa C, de magnitud desconocida. Entre la articulación fija O y la articulación B hay un resorte de constante elástica $\sqrt{3} \cdot M \cdot g/a$, cuya longitud sin tensión no es conocida. Las articulaciones O, A y B son los vértices de un triángulo equilátero, cuyo lado AB está horizontal, y todo el sistema está en un plano vertical. Se desea determinar el valor del peso situado en el C y la longitud natural del resorte.



ESTÁTICA -

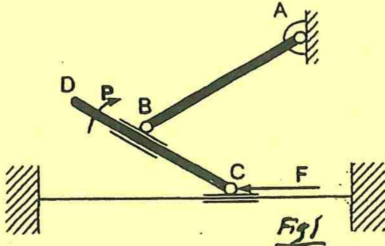
1 La barra AB forma un ángulo de $\pi/6$ con la horizontal, mide L y su masa es M. La barra CD forma también $\pi/6$ con la horizontal, mide L y tiene masa M. El punto B está unido a una deslizadera articulada que, en la posición de equilibrio, está en el punto medio de la barra CD. Determinar la fuerza **F** que hay que aplicar en el extremo C de la barra y el par P en la barra CD para que el sistema esté en equilibrio en la posición indicada. No hay rozamiento y el sistema se encuentra en un plano vertical. $P=\frac{1}{2}MgL\sqrt{3}$ $F=\frac{1}{4}Mg\sqrt{3}$

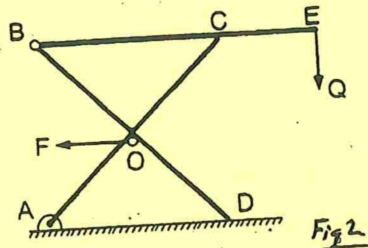
2 El sistema de la figura está en equilibrio y lo forman tres barras –AC, BD y BE–, que se consideran sin peso. Está situado en un plano vertical. Los puntos A, B, C y D en la posición de equilibrio son los vértices de una cuadrado de lado a –las barras AC y BD serían las diagonales de ese cuadrado–. La barra BE mide $3 \cdot a/2$ y en su extremo derecho se aplica una fuerza vertical Q. En el punto A hay una articulación plana, el punto D está apoyado en el suelo y la barra BE está apoyada por el punto C en la barra AC. En el punto O hay una articulación plana sobre la que se aplica la fuerza horizontal **F**. Determinar el valor de **F** y las fuerzas de enlace en los puntos C y D. $A_x = F = 2Q$ $A_y = D = \frac{Q}{2}$

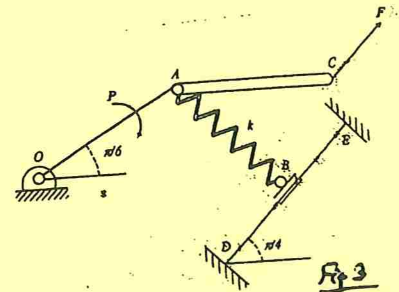
3 *El sistema de la figura está en equilibrio en un plano vertical. La barra homogénea AC tiene masa M y longitud L y la barra OA se considera de masa despreciable, con longitud L. El extremo B del resorte, de constante k, puede deslizar por una guía fija inclinada $\pi/4$ con respecto a la horizontal y el extremo A está unido a la articulación.*

Si en la barra OA se aplica un par P, de valor –con el sentido indicado– $M \cdot g \cdot L$, y en el extremo C de la barra AC una fuerza F inclinada $\pi/4$ con respecto a la horizontal, obtenga la elongación del resorte, la fuerza de enlace en la articulación O y la fuerza F para que el sistema esté en equilibrio en esa posición. $F=\frac{1}{2}Mg\sqrt{2}$

Nota: No saque conclusiones geométricas por tomar medidas en el dibujo, ya que no está hecho a escala en medidas ni los ángulos son exactos.





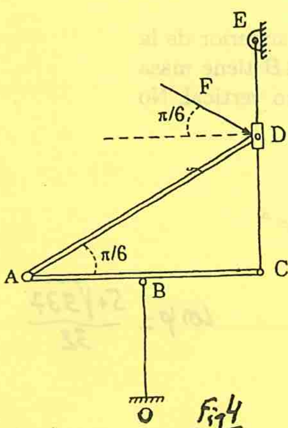


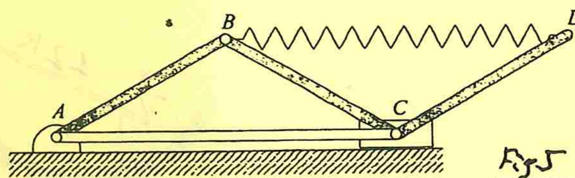
4 En el mecanismo de la figura las únicas barras que tienen masa son la AC, su valor es M, y de longitud $2 \cdot L$ y la AD, de masa $4 \cdot M$. La barra OB mide L y la barra CE, $2 \cdot L$. En el punto medio de la barra AC se articula la barra OB. La barra AD está articulada en sus extremos al igual que la barra CE. El sistema se encuentra en un plano vertical y no hay rozamiento. Se aplica una fuerza $F = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot M \cdot g$ en la deslizadera D, como se indica en la figura. Se desea determinar el momento de empotramiento en el punto O. Las barras OB y CE están verticales y la barra AC, horizontal.

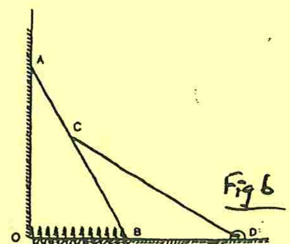
5 El sistema de la figura está en un plano vertical y consta de tres barras –AB, BC y CD– de longitud L y peso $P = M \cdot g$ cada una de ellas y de una barra AC de masa despreciable. El ángulo que forma la barra AB con la horizontal es $\pi/6$ y esta barra es paralela a la barra CD. El resorte que une la articulación B con el extremo D de la barra CD tiene por constante elástica $M \cdot g/L$. El bloque en C se considera sin masa y no hay rozamiento con el suelo. Se desea $P = 4MgL(\sqrt{3}-1)$

1. la longitud sin tensión del resorte. (5.5 puntos)
2. la tensión a la que está sometida la barra AC, aclarando si es de tracción o compresión. (22 puntos) $T_{AC} = \frac{1}{4}Mg\sqrt{3}$ (T)

6 El sistema de la figura se encuentra en equilibrio en un plano vertical. Está formado por dos barras iguales AB y CD, de longitud L de masa M y sometido a la acción de la gravedad. La barra AB forma un ángulo de $\pi/6$ con la vertical y el barra CD uno de $\pi/3$ con la vertical. El extremo A se puede mover por la pared vertical y el B sobre la horizontal. El punto C está apoyado en la barra AB. A su vez, el punto B está unido mediante un resorte, de longitud sin tensión $L/4$, al punto fijo O, intersección de las paredes vertical y horizontal. Determinar la constante K del resorte que asegure el equilibrio en la posición indicada. $K = \frac{Mg(4-\sqrt{3})}{3L}$







7 (4.9) El sistema de la figura se encuentra en un plano vertical. Está formado por una barra OC de longitud $L \cdot \sqrt{3}$ y masa M, y las varillas de masa despreciable y longitud L, OA, OB, AB, y BC. El conjunto está articulado en un punto fijo O. En el punto, O, de la varilla se engancha un hilo (carente de masa) que pasa por una polea circular de radio $L \cdot \sqrt{3}/4$ y masa M, cuyo centro es B. En el otro extremo del hilo hay un bloque de masa M. De la articulación A cuelga una masa desconocida Q, de modo que en la posición de equilibrio la línea CBA es horizontal. Determinar: a) Magnitud de la masa Q. b) Tensiones en las varillas BC, BO y BA especificando si trabajan a tracción o compensación.

$M_1 = \frac{7+\sqrt{3}}{2} M$

8 (4.12) Determinar el valor de la fuerza F y del par P que aseguran el equilibrio el equilibrio del pantógrafo de la figura, que está contenido en un plano vertical.

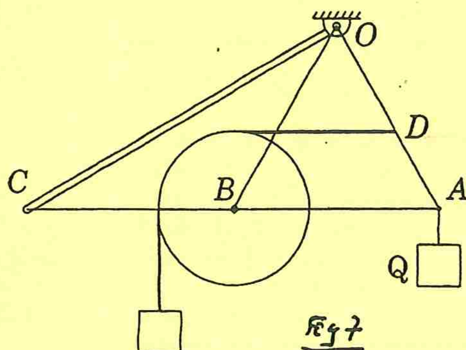
Las barras OA y AB tienen una longitud L y masa M. Las barras CE y ED son iguales, de longitud $L/2$ y masa despreciable. Las articulaciones C y D están en los puntos medios de las barras OA y AB respectivamente. En el nudo E se aplica una fuerza vertical descendente de magnitud $2 \cdot M \cdot g$. No hay rozamiento en las articulaciones.

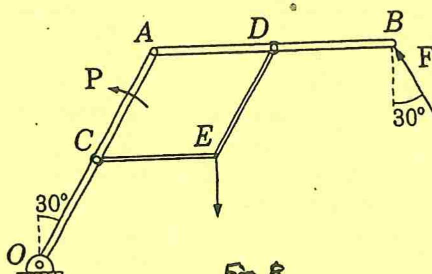
9 El sistema de la figura está en un plano vertical y consta de dos barras de longitud L y peso $P = M \cdot g$ cada una de ellas; un disco de radio $L/2$ y peso $P = M \cdot g$, un resorte que une una guía horizontal con el centro del disco; una cuerda, atada a la articulación A, que está manteniendo un peso E de valor $Q = 2 \cdot M \cdot g$, apoyándose en el perímetro del disco. No hay rozamiento.

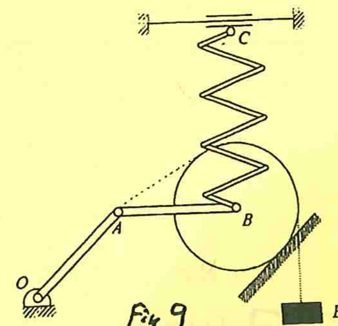
1. Explicar el motivo por el que el resorte BC en el equilibrio ha de estar siempre en posición vertical.

   Como la fuerza que ejerce la guía sobre el extremo C del resorte ha de ser vertical y el resorte está en equilibrio, la fuerza en el extremo B ha de ser también vertical, ya que es un sistema en equilibrio sometido exclusivamente a dos fuerzas: ambas han de ser iguales, opuestas y colineales.

2. Si en el equilibrio la barra OA forma un ángulo de $\pi/4$ con la horizontal, la barra AB está horizontal y el suelo en el que se apoya el disco forma $\pi/4$ con la horizontal, se desea obtener la tensión del resorte. $F = \frac{9}{2} Mg$





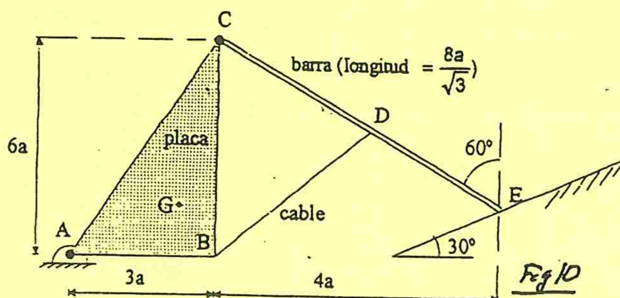


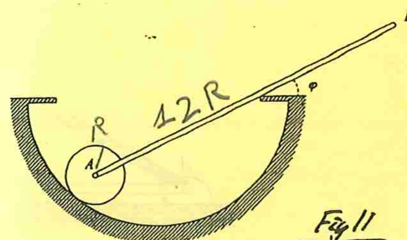
10 Una placa triangular de masa M situada en un plano vertical está soportada por una barra $\overline{CE}$, sin masa y de longitud $\frac{8a}{\sqrt{3}}$, y un cable $\overline{BD}$, también sin masa, unido a la barra en su punto medio D.

En los puntos A y C existen dos articulaciones planas, con el suelo y la barra respectivamente. La barra se apoya sin rozamiento en un plano inclinado 30°. La base de la placa triangular mide 3a y su altura 6a. Determinar:

1. La tensión que existe en el cable.
2. La reacción en la articulación A. (
3. La fuerza en C entre la barra y la placa.

11 La pista circular fija tiene radio $5 \cdot R$ y el disco de masa M es de radio R. Salen de la parte superior de la pista dos voladizos, como se indica en la figura de longitud R cada uno de ellos. La barra AB tiene masa $5 \cdot M$ y longitud $12 \cdot R$. Determinar el ángulo φ de equilibrio del conjunto situado en un plano vertical. No hay rozamiento.

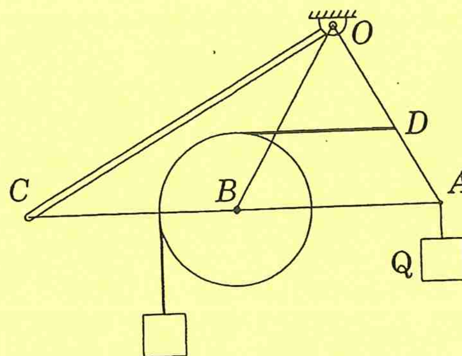




$\cos\varphi = \frac{5+\sqrt{537}}{32}$

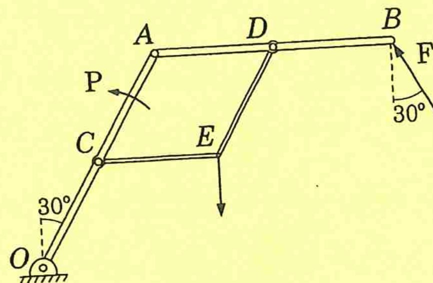
4.9 El sistema de la figura se encuentra en un plano vertical. Está formado por una barra OC de longitud $L \cdot \sqrt{3}$ y masa M, y las varillas de masa despreciable y longitud L, OA, OB, AB, y BC. El conjunto está articulado en un punto fijo O. En el punto, O, de la varilla se engancha un hilo (carente de masa) que pasa por una polea circular de radio $L \cdot \sqrt{3}/4$ y masa M, cuyo centro es B. En el otro extremo del hilo hay un bloque de masa M. De la articulación A cuelga una masa desconocida Q, de modo que en la posición de equilibrio la línea CBA es horizontal. Determinar: a) Magnitud de la masa Q. b) Tensiones en las varillas BC, BO y BA especificando si trabajan a tracción o compensación.

Resultado: a) $Q = M \cdot g \cdot (7 + \sqrt{3})/2$; b) $T_1 = \sqrt{3} \cdot M \cdot g/2$, luego la barra BC trabaja a compresión; $T_2 = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot M \cdot g/3$, luego la barra BO trabaja a tracción; $T_3 = M \cdot g \cdot (7 \cdot \sqrt{3} + 6)/6$, luego la barra BA trabaja a compresión.



4.12 Determinar el valor de la fuerza F y del par P que aseguran el equilibrio el equilibrio del pantógrafo de la figura, que está contenido en un plano vertical.

Las barras OA y AB tienen una longitud L y masa M. Las barras CE y ED son iguales, de longitud $L/2$ y masa despreciable. Las articulaciones C y D están en los puntos medios de las barras OA y AB respectivamente. En el nudo E se aplica una fuerza vertical descendente de magnitud $2 \cdot M \cdot g$. No hay rozamiento en las articulaciones.



Resultado: $F = \sqrt{3} \cdot M \cdot g$; $P = -M \cdot g \cdot L/4$

Suma fuerzas 0

suma Momento 0

16 6.40. Una partícula de masa m, se mueve bajo la acción de una fuerza central atractiva de valor $F = -4 \cdot k \cdot r^3$ ($k > 0$). Hallar: a) Las condiciones iniciales del movimiento para que la trayectoria sea una circunferencia de radio a y centro en el polo de atracción. b) La energía total y el período de este movimiento.

Resultado: a) $v_0 = 2 \cdot a^2 \cdot \sqrt{k/m}$ b) $E = 3 \cdot k \cdot a^4$; $P_{er} = \pi \cdot \sqrt{m/k}/a$

17 6.44 Un punto P, de masa unidad, está sometido a la acción de una fuerza que pasa por O. El módulo de la fuerza vale:

$$F = \frac{k}{r^2}$$

y su sentido es de P hacia O, es decir se trata de una fuerza atractiva. En el instante inicial, P se encuentra a distancia $3 \cdot a/2$ de O (a =cte) animado de una velocidad de módulo $v = \sqrt{2 \cdot k/(3 \cdot a)}$, que forma con OP un ángulo agudo, α, tal que sen $\alpha = 4/(3 \cdot \sqrt{2})$. Hallar las distancias a O que limitan el movimiento de P.

18 Un punto A de masa unidad se mueve bajo la acción de un campo newtoniano atractivo que dinama de un punto O cuya fuerza es $-9/r^2$, siendo $r = OA$. La órbita es una elipse de excentricidad 1/9, en uno de cuyos focos está el punto O. Se sabe que, cuando $r = 40/9$, el valor de la componente radial de la velocidad es máximo. Se desea conocer:

1. Constante de las áreas. → $c^2 = 40$
2. Puntos absidales del movimiento. $r_{min} = 4$ $r_{máx} = 5$
3. Valor de $\dot{r}$, cuando $r = 9/2$. $\dot{r}^2 = \frac{2}{81}$

19 Un punto material de masa M está sometido a una fuerza central newtoniana atractiva que dimana del centro O. Describe una trayectoria elíptica confinada entre dos circunferencias concéntricas de centro O y radios a y $2 \cdot a$. Si el período del movimiento es de 4 s, hallar

1. la expresión de la fuerza central en función de la distancia del punto material al centro O (15 %);
2. el radio de curvatura del punto de la trayectoria en el que la velocidad radial es máxima (10 %). $\rho = \frac{40\, a \sqrt{10}}{81}$

Nota:
1.) El área de la superficie encerrada por una elipse de semiejes mayor y menor A y B respectivamente, es $\pi \cdot A \cdot B$.
2.) En coordenadas cilíndricas $\omega = \frac{d\varphi}{du} \cdot E_z$.

20 *Un punto material, A, de masa unidad, está sometido a la acción de una fuerza central que proviene de un punto O, fijo,*

$$F = \left(-1 + \frac{k}{r^2}\right) \cdot E_r \quad con \quad k > 0$$

Se sabe que la mínima distancia $\overline{OA}$ es 1 y que la velocidad máxima, $4 \cdot \sqrt{3}$, se produce cuando la distancia $\overline{OA}$ es 5. Hallar

1. *el valor de la constante k;* 25
2. *el valor de la constante de las áreas;* $C = 4$
3. *el valor del radio de curvatura de flexión en $\overline{OA} = 5$;* $\rho = \infty$
4. *el valor de $d|v|/dt$ en $\overline{OA} = 5$.* $a_t = 0$

21 El punto A, de masa unidad, está sometido a una fuerza central que dimana de O, cuyo valor es:

$$F(r) = -8 + 2 \cdot r$$

Se observa que la mínima energía cinética de A en su movimiento vale 4 y que el valor de $\dot{\varphi}$ es máximo en $r = 2$. Se pide:

1. Determinar la energía mecánica total de la masa A. $E = 20$
2. Determinar la constante de las áreas del movimiento. $c = 8$
3. Determinar el vector velocidad de la partícula A cuando $OA = 5$. $v = \pm \frac{\sqrt{186}}{5} \vec{E_r} + \frac{8}{5} \vec{E_\varphi}$

22 Un punto P de masa unidad está sometido a la acción de una fuerza central atractiva

$$F = -\frac{3}{2 \cdot r^2} \cdot E_r$$

Se sabe que cuando $r = 20/3$ la velocidad radial es máxima y que la $\dot{\varphi}$ es también máxima cuando $r = 5$.

Se desea : c , r_{min} , r_{max} , E , Trayectoria cartesianas , $\rho(r = \frac{20}{3})$

6.40 Una partícula de masa m, se mueve bajo la acción de una fuerza central atractiva de valor $F = -4 \cdot k \cdot r^3$ ($k > 0$). Hallar: a) Las condiciones iniciales del movimiento para que la trayectoria sea una circunferencia de radio a y centro en el polo de atracción. b) La energía total y el período de este movimiento.

Resultado: a) $v_0 = 2 \cdot a^2 \cdot \sqrt{k/m}$ b) $E = 3 \cdot k \cdot a^4$; $P_{er} = \pi \cdot \sqrt{m/k}/a$

6.44 Un punto P, de masa unidad, está sometido a la acción de una fuerza que pasa por O. El módulo de la fuerza vale:

$$F = \frac{k}{r^2}$$

y su sentido es de P hacia O, es decir se trata de una fuerza atractiva. En el instante inicial, P se encuentra a distancia $3 \cdot a/2$ de O (a =cte) animado de una velocidad de módulo $v = \sqrt{2 \cdot k/(3 \cdot a)}$, que forma con OP un ángulo agudo, α, tal que sen $\alpha = 4/(3 \cdot \sqrt{2})$. Hallar las distancias a O que limitan el movimiento de P.

Resultado: $r = a$; $r = 2 \cdot a$

2

12 **6.50** Por la cara interior de una superficie semiesférica de eje vertical, radio R y perfectamente lisa, puede moverse un punto pesado P de masa M. Determinar cuál ha de ser la velocidad horizontal que debe comunicarse a P en el plano ecuatorial, para que no descienda más de $R/2$.

Resultado: $v = \sqrt{3 \cdot g \cdot R}$

13 Un punto P de masa unidad se mueve vinculado al paraboloide de revolución de eje vertical $x^2 + y^2 - z = 0$. Está sometido a la acción de su peso propio y de una fuerza atractiva que dimana del origen, O, proporcional a la distancia $\overline{OP}$, siendo la constante de proporcionalidad $k = g\ N/m$. Considérese que $g = 10\ m/s^2$.

En el instante inicial la partícula está en la posición $(2, 0, 4)$ y su velocidad es $v_0 = 2 \cdot i + 2 \cdot j + 8 \cdot k$. Se desea

1. Expresar la velocidad y aceleración de la partícula en coordenadas cilíndricas en una posición genérica sobre el paraboloide.
2. Expresar las fuerzas aplicadas y de enlace en coordenadas cilíndricas.
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula en coordenadas cilíndricas. $E = 176$
4. Si las fuerzas aplicadas derivan de un potencial, obtener el valor de la energía mecánica de la partícula.
5. Determinar los valores de $\ddot{r}$, de $\ddot{\varphi}$ y de la fuerza de enlace de la partícula en $z = 2$. $\vec{F}_{en} = \frac{542}{81}\left(-2\sqrt{2}\,\vec{E}_r + \vec{E}_z\right)$

14 **6.33** Un punto P, de masa M, se mueve sin rozamiento por el interior de la superficie de un cono de revolución invertido, de eje vertical. El ángulo formado por las generatrices y el eje es α. Durante el movimiento, se observa que la mínima altura de P sobre el plano horizontal, que pasa por el vértice del cono, 0, es H, y la máxima $2 \cdot H$. Hallar, en función de H y α: a) La energía total de P. b) La velocidad máxima de P durante el movimiento.

15 Una partícula de masa unidad está vinculada a una esfera de ecuación en cartesianas,

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

sometido a la acción de su propio peso –considérese $g = 10\ m \cdot s^{-2}$– y de una fuerza atractiva, que *dimana* del punto $A(0, 0, -3)$ y proporcional a la distancia, constante de proporcionalidad $3\ N/m$. Se observa que, cuando el punto está en la posición $(1, 2, 2)$, la componente x de la velocidad vale $v_x = 2\ m \cdot s^{-1}$ y la componente y vale $v_y = 3\ m \cdot s^{-1}$. Determinar la fuerza de enlace entre la partícula y la esfera en esa posición, así como la aceleración de la partícula.

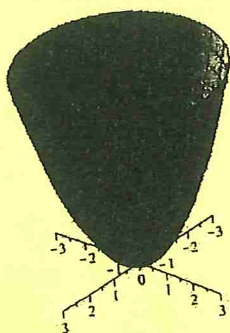


Fig 13

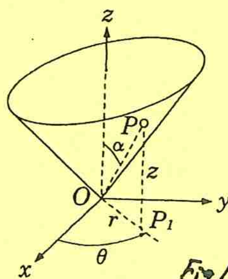


Fig 14

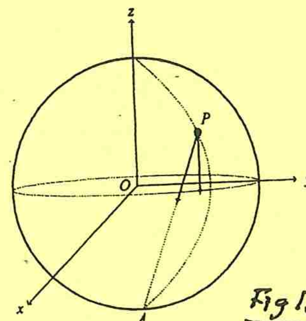


Fig 15

Ayuda para problemas de Dinámica

- Si obtiene la expresión

$$\ddot{u} \cdot v + 2 \cdot \dot{u} \cdot \dot{v} = 0$$

puede sustituirla por

$$\dot{u} \cdot v^2 = A \qquad \text{siendo } A \text{ una constante}$$

- Si obtiene la expresión

$$\ddot{u} \cdot \sin(v) + 2 \cdot \dot{u} \cdot \cos(v) \cdot \dot{v} = 0$$

puede sustituirla por

$$\dot{u} \cdot \sin^2(v) = A \qquad \text{siendo } A \text{ una constante}$$

- Si obtiene la expresión

$$\ddot{u} \cdot \cos(v) - 2 \cdot \dot{u} \cdot \sin(v) \cdot \dot{v} = 0$$

puede sustituirla por

$$\dot{u} \cdot \cos^2(v) = A \qquad \text{siendo } A \text{ una constante}$$

- Si obtiene la expresión

$$\ddot{u} \cdot \sqrt{a^2 + v^2} + 2 \cdot \dot{u} \cdot \frac{v \cdot \dot{v}}{\sqrt{a^2 + v^2}} = 0$$

puede sustituirla por

$$\dot{u} \cdot (a^2 + v^2) = A \qquad \text{siendo constantes } a \text{ y } A$$

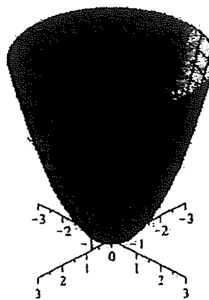
- Si obtiene la expresión

$$\ddot{u} \cdot \sqrt{a^2 - v^2} - 2 \cdot \dot{u} \cdot \frac{v \cdot \dot{v}}{\sqrt{a^2 - v^2}} = 0$$

puede sustituirla por

$$\dot{u} \cdot (a^2 - v^2) = A \qquad \text{siendo constantes } a \text{ y } A$$

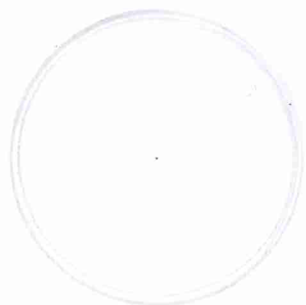
Un punto P de masa unidad se mueve vinculado al paraboloide de revolución de eje vertical $x^2 + y^2 - z = 0$. Está sometido a la acción de su peso propio y de una fuerza atractiva que dimana del origen, O, proporcional a la distancia $\overline{OP}$, siendo la constante de proporcionalidad $k = g\ N/m$. Considérese que $g = 10\ m/s^2$.

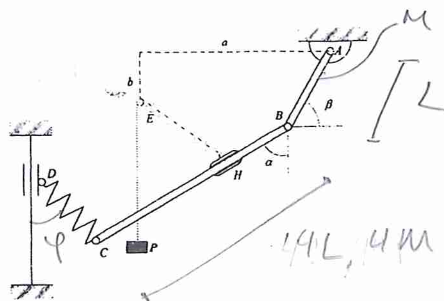


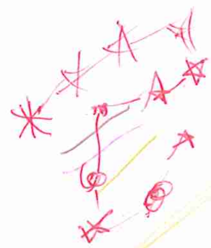
En el instante inicial la partícula está en la posición $(2, 0, 4)$ y su velocidad es $\boldsymbol{v_0} = 2 \cdot \boldsymbol{i} + 2 \cdot \boldsymbol{j} + 8 \cdot \boldsymbol{k}$. Se desea

1. Expresar la velocidad y aceleración de la partícula en coordenadas cilíndricas en una posición genérica sobre el paraboloide.
2. Expresar las fuerzas aplicadas y de enlace en coordenadas cilíndricas.
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula en coordenadas cilíndricas.
4. Si las fuerzas aplicadas derivan de un potencial, obtener el valor de la energía mecánica de la partícula.
5. Determinar los valores de $\ddot{r}$, de $\ddot{\varphi}$ y de la fuerza de enlace de la partícula en $z = 2$.

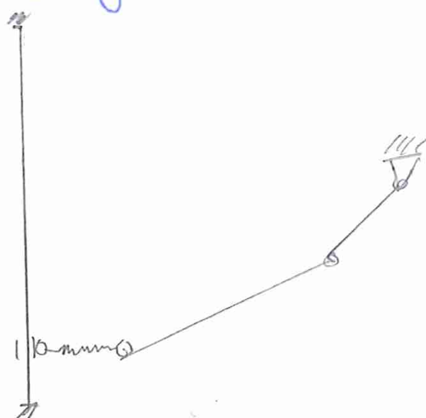
El sistema de la figura está en un plano vertical. Está formado por una barra AB de longitud L y masa M; una barra BC de longitud $4 \cdot L$ y masa $4 \cdot M$; una deslizadera sin masa H, que está unida a un hilo que pasa por un clavo fijo E que en su extremo tiene un cuerpo de peso P y un resorte carente de masa. La distancia horizontal entre A y E es $a = 2 \cdot L \cdot \sqrt{3} + L/2$ y la distancia vertical es $b = L \cdot \sqrt{3}/2$. Cuando $\alpha = \beta = \pi/3$, el sistema está en equilibrio. Determinar los valores de la fuerza del resorte y de la carga P. No hay rozamiento. Tenga en cuenta que la figura dibujada no está en equilibrio y, por tanto, no saque conclusiones de los ángulos que se aprecian.



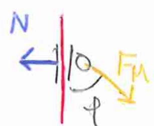




Dibujar de nuevo



Aislar corredera D



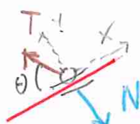
Suma de fuerzas

$y) \rightarrow -F_M \cos\varphi = 0$

$\cos\varphi = 0$

$\varphi = \frac{\pi}{2}$

Aislo corredera H



Suma de fuerzas

$x) \rightarrow -T\cos\theta = 0$

$\cos\theta = 0$

$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$

AB

$x) \rightarrow A_x - B_x = 0$

$y) \rightarrow A_y - Mg - B_y = 0$

$[A] \rightarrow Mg\frac{L}{4} + B_y\frac{L}{2} - B_x\frac{L\sqrt{3}}{2} = 0 \longrightarrow Mg + 2B_y - 2B_x\sqrt{3} = 0$

BC

$[B] \rightarrow 4MgL\sqrt{3} - P\,3L - F_M 2L = 0 \rightarrow 4MgL\sqrt{3} - (2B_x - F_M)3L - F_M 2L = 0$

$x) \rightarrow -F_M - P\cdot\frac{4}{2} + B_x = 0$

$y) \rightarrow \frac{P\sqrt{3}}{2} - 4Mg + B_y = 0$